Es. 1

L'entropia dell'Universo ΔS_U può cambiare solamente durante il ciclo della macchina termica, in quanto il frigorifero è reversibile. Pertanto se Q_2 e Q_1 sono i calori scambiati con i serbatoi a temperatura T_2 e T_1 si ricava

$T_1 = 280\ K$

$T_2 = 330\ K$

$$\Delta S_U = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.28\ J/K$$

(ricordiamo sempre che i calori sono riferiti alla macchina).

$$L = Q_1 + Q_2 = 100\ J$$

due equazioni con due incognite da cui

$$Q_2 = 1177\ J \qquad Q_1 = -1077\ J$$

con il rendimento

$$\eta = \frac{L}{Q_2} = 0.085$$

Il rendimento di una macchina reversibile sarebbe invece

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.152 = 1 + \frac{Q_{1R}}{Q_{2R}}$$

una macchina che produce lo stesso lavoro, pertanto ha

$$Q_{2R} = 658\ J \qquad Q_{1R} = -558\ J$$

Faccio lavorare la macchina come frigorifero ed inverto i segni dei calori

Calore assorbito a T_2 è $Q_2' = 1177 - 658 = 519\ J$

$Q_1' = -1077 + 558 = -519\ J$

Pertanto il risultato finale è un lavoro complessivo NULLO ed il trasferimento di $Q = 519\ J$ da T_2 a T_1. Verifico: $\frac{-519}{T_2} + \frac{519}{T_1} = 0.28\ J/K$

Es. 2 $\qquad Q_1 + Q_2 = 0$;

Le masse non compiono lavoro in quanto non variano le loro volume. Pertanto la variazione infinitesima di calore è data da

$$\delta Q = m\, c_p\, dT = m\, a\, T\, dT$$

$$Q_1 = \int_{T_1}^{T_f} m_1\, a\, T\, dT = 2 m_0 \cdot \frac{a}{2}\left(T_f^2 - T_1^2\right)$$

$$Q_2 = \int_{T_2}^{T_f} m_2\, a\, T\, dT = 3 m_0\, \frac{a}{2}\left(T_f^2 - T_2^2\right)$$

$$2\left(T_f^2 - T_1^2\right) + 3\left(T_f^2 - T_2^2\right) = 0 \Rightarrow 5 T_f^2 = 2 T_1^2 + 3 T_2^2$$

$$T_f = \sqrt{\frac{2 T_0^2 + 3(4T_0)^2}{5}} = T_0 \sqrt{10}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \qquad \Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_f} \frac{m_1\, a\, T\, dT}{T} = 2 m_0 a \left(T_f - T_1\right)$$

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_f} \frac{m_2\, a\, T\, dT}{T} = 3 m_0 a \left(T_f - T_2\right)$$

$$\Delta S = m_0 a \left[2\left(\sqrt{10} - 1\right) + 3\left(\sqrt{10} - 4\right)\right] = m_0 a \left[5\sqrt{10} - 14\right] T_0$$

da cui

$$a = \frac{\Delta S}{m_0 T_0 \left(5\sqrt{10} - 14\right)}$$

Es. #3

$T_1 = 12$, $T_2 = 27$, $T_1 = 22$ °C

Q = calore assorbito dalla glicerina

(1) $\Delta S_U = \Delta S_m + \Delta S_{SERB.}$

$$\Delta S_{SERB} = -\frac{Q}{T_2}$$

attenzione! T in kelvin!

$$= \frac{-mc(T_2 - T_1)}{T_2}$$

$c = 0.57$ cal/gK $= 0.57 \times 4.184 \times 10^3$ J/K $= 2385$ J/kg/K

$$= \frac{-10 \times 2385 \times 15}{300}$$

$$= -1193 \quad J/K$$

$$\Delta S_m = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc\,dT}{T} = 10 \times 2385 \cdot \ln \frac{300}{285} = 1223 \; J/K$$

$$\Delta S_U = 1223 - 1193 = 30 \; J/K$$

(2) $\Delta S_U = \Delta S_m + \Delta S_{SERB_{T_3}} + \Delta S_{SERB_{T_2}}$

$$= 1223 - \frac{mc(T_3 - T_1)}{T_3} - \frac{mc(T_2 - T_3)}{T_2}$$

$$= 1223 - 808 - 397 = 18 \; J/K$$

Nell'utilizzare un serbatoio intermedio la variazione di entropia dell'Universo diminuisce. Al limite per un passaggio attraverso ∞ serbatoi, risulta $\Delta S_U \to \emptyset$